Forțele de coheziune la gaze

M. IANCU
Inginer la Fabrica Rieger, Sibiu

1. Introducere.

Proprietățile fizice ale unui gaz depind de presiunea p, temperatura T și volumul specific v, variabile legate printr'o relațiune de forma:

$$f\ (p, v. T) = O \qquad (1)$$

numită ecuația stării fizice a gazului.

Legea lui *Boyle—Mariotte* ne dă valoarea numerică a relațiunei generale de mai sus, pentru *gazele ideale* ale căror molecule pot fi privite ca puncte materiale, între cari nu se exercită forțe de atracțiune.

In realitate moleculele au dimensiuni finite, iar existența forțelor de atracțiune o dovedește fenomenul lichefierei gazelor.

Van der Waals a stabilit o ecuațiune a gazelor:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\ T \qquad (2)$$

în care forțele de coheziune $\frac{a}{v^2}$ sunt proporționale cu patratul densității gazului.

Scopul acestei lucrări este de a arăta, *natura și originea acestor forțe de coheziune. și de a stabili o relațiune între constanta* a *și constantele electrice ale atomului.*

Vom fi conduși la concluzia că forțele de atracțiune între molecule sunt de natură electrică, și că ele sunt invers proporționale cu distanța care le separă, la puterea a noua.

2. Molecule polarizabile cu moment electric (Dipoli).

Numim polarizarea unei molecule sub influenţa unui câmp electric F, deplasarea maselor electrice pozitive şi negative din poziţiunea lor de echilibru (fig. 1). In cazul

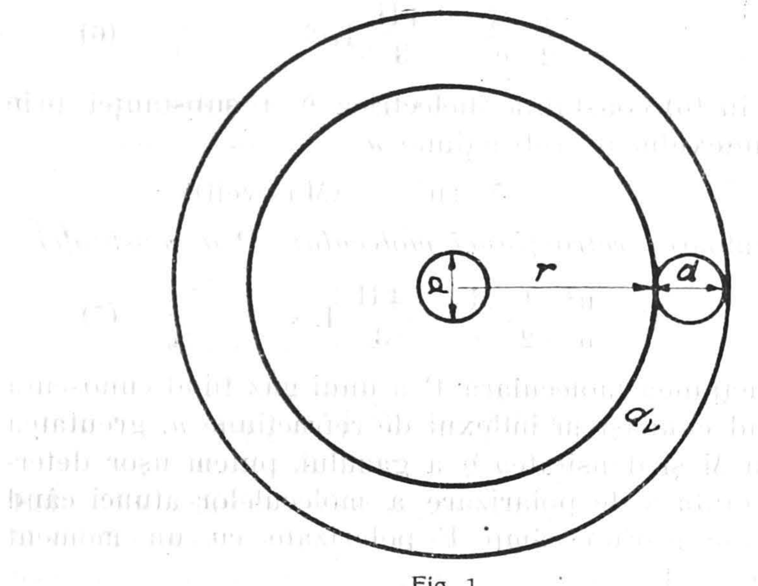


Fig. 1.

când centrele de greutate, ale maselor pozitive şi negative ocupă două poziţiuni diferite în spaţiu, molecula numită *Dipol* are un moment electric:

$$m = e\, ds = \alpha F \qquad (3)$$

proporţional cu câmpul electric F. Constanta de polarizare α, caracteristică pentru fiecare substanţă, se determină în optică, cu ajutorul relaţiunii lui *Clausius-Mussotti.*

Dacă notăm cu N numărul moleculelor pe cm^3 al unui dielectric, cu δ constanta dielectrică, obţinem din optică relaţiunea:

$$\frac{\delta - 1}{\delta + 2} = \frac{4\,\Pi}{3} N \alpha \qquad (4)$$

Fie ϱ densitatea dielectricului şi *m* masa unei molecule:

$$N = \frac{\varrho}{m} \qquad m = \frac{M}{L}$$

unde M reprezintă greutatea moleculară, şi $L = 6{,}06.10^{23}$ constanta lui Loschmid. Putem deci scrie:

$$N = \frac{\varrho L}{M} \qquad (5)$$

înlocuind (5) în (4) obţinem:

$$\frac{\delta - 1}{\delta + 2} \cdot \frac{M}{\varrho} = \frac{4\Pi}{3} L\alpha \qquad (6)$$

Înlocuind în (6) constanta dielectrică δ a substanţei prin patratul indexului de refracţiune n

$$\delta = n^2 \qquad \text{(Maxwell)}$$

obţinem valoarea *refracţiunei moleculare* P *a substanţei*

$$P = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{\varrho} = \frac{4\Pi}{3} L\alpha \qquad (7)$$

Refracţiunea moleculară P a unui gaz fiind cunoscută atunci când cunoaştem indexul de refracţiune n, greutatea moleculară M şi densitatea ϱ a gazului, putem uşor determina constanta α de polarizare a moleculelor atunci când ele se găsesc într'un câmp F polarizate cu un moment electric $m = \alpha F$.

Exemplu: Pentru Helium avem o refracţiune moleculară egală cu: $P = 0{,}52 \text{ cm}^{-3}$

$$P = \frac{4\Pi}{3} L\alpha = \frac{4\Pi}{3} 6{,}06.10^{23}\alpha$$

$$\alpha = \frac{3.0{,}52}{4\Pi.\, 6{,}06.10^{23}} = 2{,}04.10^{-25}$$

3. **Potenţialul momentului electric.**

Molecula fiind un sistem electric, ale cărei mase electrice pozitive Σe_+ şi negative Σe_- sunt egale,

$$\Sigma e_+ + \Sigma e_- = \Sigma e = O \qquad (8)$$

potenţialul φ al acestor mase electrice, într'un punct al mediului înconjurător înainte ca molecula să fie polarizată, este nul:

$$\varphi = \frac{\Sigma e}{r} = O \qquad (9)$$

adică valoarea medie a densităţilor electrice (Maxwell) în fiecare element de volum, este egală cu zero. In momentul polarizării cantităţile electrice e_1, e_2, e_3,... se deplasează din poziţiunea lor de echilibru în punctele A_1, A_2, A_3,... determinate într'un sistem de coordonate cu originea O de vectorii:

$$\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{r_1}\ ,\ \overrightarrow{OA_2} = \overrightarrow{r_2}\ ,\ \overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{r_3}\ \ldots\ldots$$

Momentul electric devine o funcţiune vectorial lineară.

$$\overrightarrow{m} = e_1 \overrightarrow{r_1} + e_2 \overrightarrow{r_2} + \ldots\ldots + e_n \overrightarrow{r_n} \qquad (10)$$

legată de densitatea electrică ϱ prin relaţiunea:

$$|\varrho| = -\operatorname{div} \overrightarrow{m} \qquad (11)$$

şi de potenţialul φ prin relaţiunea: [1])

$$|\varphi| = \int \frac{dv}{r} \varrho = \int \frac{dv(-\operatorname{div} \overrightarrow{m})}{r} \qquad (12)$$

Este deci necesară şi suficientă prezenţa unui câmp electric F într'un gaz, pentru ca masele electrice polarizate ale moleculelor să creeze un potenţial φ în interiorul masei gazoase.

Cantităţile electrice din interiorul moleculelor având diferite orientări în spaţiu, *câmpul electric* F *care polarizează o moleculă este determinat de momentele vectoriale electrice ale moleculelor vecine.*

4. Energia potenţială între doi dipoli.

Acţiunea reciprocă între două molecule crează o energie potenţială, proporţională cu patratul câmpului electric F. Pentru a determina valoarea energiei potenţiale între două molecule să presupunem un sistem de coordonate, cu origina în centru de greutate al maselor negative, ale moleculei polarizate. Dacă notăm cu X_o, Y_o, Z_o, X, Y, Z, componentele câmpurilor electrice în $-e$ şi $+e$ şi cu:

---

[1]) Abraham. Theorie der Elektrizität. Vol. II. pag. 239.

$$m_x = e\,\xi = \alpha\,X$$
$$m_y = e\,\eta = \alpha\,Y$$
$$m_z = e\,\zeta = \alpha\,Z$$

componentele momentului electric *m* al moleculei, obținem:

$$R_x = eX - e\,X_o = e\,(X - X_o) = e\left(X_o + \xi\frac{dX}{dx} + \eta\frac{dX}{dy} + \zeta\frac{dX}{dz}\right) - e\,X_o$$

$$R_x = e\,\xi\frac{dX}{dx} + e\,\eta\frac{dX}{dy} + e\,\zeta\frac{dX}{dz}$$

$$R_x = m_x\frac{dX}{dx} + m_y\frac{dX}{dy} + m_z\frac{dX}{dz} \qquad (13)$$

$$R_y = m_x\frac{dY}{dx} + m_y\frac{dY}{dy} + m_z\frac{dY}{dz} \qquad (14)$$

$$R_z = m_x\frac{dZ}{dx} + m_y\frac{dZ}{dy} + m_z\frac{dZ}{dz} \qquad (15)$$

Lucrul mecanic în câmpul electric F fiind egal cu zero pe o traectorie închisă, putem scrie:

$$rot\ F = O$$

adică:

$$\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} = O\,;\ \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} = O;\ \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} = O \qquad (16)$$

Inlocuind valorile (16) în relațiunea (13) (14) (15) obținem:

$$R_x = m_x\frac{dX}{dx} + m_y\frac{dY}{dx} + m_z\frac{dZ}{dx} = \alpha\left(X\frac{dX}{dx} + Y\frac{dY}{dx} + Z\frac{dZ}{dx}\right) \qquad (17)$$

$$R_y = m_x\frac{dX}{dy} + m_y\frac{dY}{dy} + m_z\frac{dZ}{dy} = \alpha\left(X\frac{dX}{dy} + Y\frac{dY}{dy} + Z\frac{dZ}{dy}\right) \qquad (18)$$

$$R_z = m_x\frac{dX}{dz} + m_y\frac{dY}{dz} + m_z\frac{dZ}{dz} = \alpha\left(X\frac{dX}{dz} + Y\frac{dY}{dz} + Z\frac{dZ}{dz}\right) \qquad (19)$$

R_x, R_y, R_z, sunt componentele forței rezultante care lucrează asupra moleculei polarizate în câmpul F.

Pentru a deplasa această moleculă, pe un element de traiectorie cu componentele δ_x, δ_y, δ_z trebue să lucreze asupra moleculei o forță $-R_x$, $-R_y$, $-R_z$, *și lucrul mecanic* necesar pentru a obține această deplasare este:

$$\delta\,\tau = -\,R_x\,\delta_x - R_y\,\delta_y - R_z\,\delta_z \qquad (20)$$

Inlocuind în (20) R_x, R_y, R_z, cu valorile lor din (17) (18) (19) obţinem:

$$-\delta\tau = \alpha\left[X\frac{dX}{dx} + Y\frac{dY}{dx} + Z\frac{dZ}{dx}\right]\delta x + \alpha\left[X\frac{dX}{dy} + Y\frac{dY}{dy} + Z\frac{dZ}{dy}\right]\delta y + \alpha\left[X\frac{dX}{dz} + Y\frac{dY}{dz} + Z\frac{dZ}{dz}\right]\delta z$$

$$-\delta\tau = \frac{\alpha}{2}\delta(X^2 + Y^2 + Z^2)$$

$$\delta\tau = \delta\left(-\frac{\alpha}{2}F^2\right)$$

$$\tau = -\frac{\alpha}{2}F^2 \qquad (21).$$

τ este travaliu de deplasare al moleculei polarizate cu un moment electric $m = \alpha F$ în câmpul electric F. Travaliul este negativ; prin urmare forţele între molecule sunt forţe de atracţiune, molecula se deplasează din câmpul liniilor de forţă, cu densitate mică, în câmpul liniilor de forţă cu densitate mare.

5. **Valoarea medie a pătratului câmpului electric (E^2) într'un gaz.**

Câmpul electric E în puncul O creat de n molecule se poate scrie ca suma geometrică, a câmpurilor electrice F_n create în punctul O de fiecare moleculă în parte.

$$\left.\begin{aligned} E_x &= F_x^{(1)} + F_x^{(2)} + F_x^{(3)} + \ldots\ldots + F_x^{(n)} \\ E_y &= F_y^{(1)} + F_y^{(2)} + F_y^{(3)} + \ldots\ldots + F_y^{(n)} \\ E_z &= F_z^{(1)} + F_z^{(2)} + F_z^{(3)} + \ldots\ldots + F_z^{(n)} \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

Ridicând expresiunile (22) la patrat şi neglijând valorile

$$F_x^{(1)} F_x^{(2)} \backsim O \qquad F_y^{(1)} F_x^{(2)} \backsim O \qquad F_z^{(1)} F_z^{(2)} \backsimeq O$$

obţinem pentru *valoarea medie a patratului câmpului electric* $(\overline{E})^2$ în punctul O:

$$(\overline{E}_x)^2 = n(\overline{F}_x)^2 \; ; \; (\overline{E}_y)^2 = n(\overline{F}_y)^2 \; ; \; (\overline{E}_z)^2 = n(\overline{F}_z)^2$$

sau:

$$(\overline{E})^2 = n(\overline{F})^2 \qquad (23)$$

Probabilitatea, ca o moleculă să se găsească într'un element de volum dv este dv/V. Valoarea medie a patratului câmpului electric se mai poate scrie:

$$(\overline{E})^2 = \int (\overline{F})^2 \frac{dv}{V} \qquad (24)$$

6. Determinarea câmpului $(\overline{F})^2$.

Pentru a determina valoarea medie a patratului câmpului electric $(F)^2$ este necesar de a defini *momentele electrice de inerţie, ale moleculelor.*

O moleculă polarizată posedă un moment electric de inerţie, atunci când deplasarea maselor positive sau negative ale moleculei se face astfel în cât centrele de greutate *C' şi C–* se confundă în acelaş punct.

Substanţa polarizată cu un moment electric de inerţie poartă numele de *quadrupol.* Momentul electric de inerţie egal cu

$$\Theta_1 = l_1^2 e \quad \Theta_2 = l_2^2 e \qquad (25)$$

este o mărime de ordinul $4{,}77.10^{-26}$ pentrucă:

$e = 4{,}77.10^{-10}$ u. e. s. (Cantitatea de electricitate a unui electron),

l_1, l_2, sunt mărimi de ordinul diametrului molecular 10^{-8} cm. Pentru a determina valoarea medie a patratului câmpului electric a unui sistem electric format din mase electrice e_k (ξ_k, η_k, ζ_k) trebue să cunoaştem potenţialul acestui sistem într'un punct *P (X, Y, Z)* pe care-l fixăm la o distanţă *r* de origina sistemului de coordonate. Dezvoltând în serie potenţialul după puterile mărimii $\frac{1}{r}$ obţinem:

$$\varphi = \frac{\Sigma e_k}{r} + \frac{1}{r^2}\left[\frac{X}{r}\Sigma e_k \xi_k + \frac{Y}{r}\Sigma e_k \eta_k + \frac{Z}{r}\Sigma e_k \zeta_k\right]$$

(26)

$$+ \frac{1}{r^3}\left[\frac{1}{2}\left(3\frac{X^2}{r^2} - 1\right)\Sigma e_k \xi_k^2 + \frac{1}{2}\left(3\frac{Y^2}{r^2} - 1\right)\Sigma e_k \eta_k^2 + \frac{1}{2}\left(3\frac{Z^2}{r^2} - 1\right)\Sigma e_k \zeta_k^2\right]$$

Sistemul de coordonate este astfel ales că produsele:

$$\Sigma e_k \xi_k \eta_k = \Sigma e_k \eta_k \zeta_k = e_k \zeta_k \xi_k = 0$$

In cazul nostru primul termen $\frac{\sum e_k}{r}$ al expresiunii (26) este egal cu zero. (9). Termenul al doilea al expresiunei (26) reprezintă potenţielul unui dipol, adică al unei molecule polarizate, centrele de greutate ale maselor pozitive şi negative, ocupând două poziţiuni diferite în spaţiu (fig. 1).

Termenul al treilea al expresiunii (26) reprezintă potenţialul unui quadrupol ale cărui momente electrice de inerţie sunt:

$$\Theta_1 = \sum e_k \xi_k^{\,2} \qquad \Theta_2 = \sum e_k \eta_k^{\,2} \qquad \Theta_3 = \sum e_k \zeta_k^{\,2}$$

Pentru a determina valoarea medie $(\bar{F})^2$ a câmpului electric scriem:

$$F = -\operatorname{grad} \varphi$$

apoi determinăm patratul acestui câmp şi facem media pentru toate orientările posibile ale moleculei. Drumul acesta urmat, ne conduce la o valoare medie a patratului câmpului electric, care depinde numai de o combinaţiune a celor trei momente de inerţie, Θ_1, Θ_2, Θ_3. —

Pentru orientările unei singure molecule Debye[1] a găsit:

$$\overline{F^2} = \frac{3\,\tau^2}{r^8} \qquad (27)$$

unde *r* reprezintă distanţa între molecule şi

$$(28) \quad \tau^2 = \Theta_1^2 + \Theta_2^2 + \Theta_3^2 - (\Theta_1 \Theta_2 + \Theta_2 \Theta_3 + \Theta_3 \Theta_1)$$

Cu *n* molecule pe cm³, valoarea medie a patratului câmpului electric $(E)^2$ (24) se obţine printr'o simplă integraţiune a câmpului între două limite ale distanţei *r* (fig. 1) limita inferioară reprezentând distanţa cea mai mică posibilă între două molecule (diametrul molecular *d*)

$$(E)^2 = \int F^2 \frac{dv}{V} = \int_{r=d}^{r=\infty} n \,\frac{3\,\tau^2}{r^8}\, 4\Pi\, r^2 dr$$

$$(E)^2 = \frac{12\,\Pi}{5} \frac{n\,\tau^2}{d^5} \qquad (29)$$

---

[1]) Debye-Physikalische Zeitschrift 21. 178. 1920.

7. Determinarea constantei de coeziune, a resp. A

Travaliul de deplasare al unei molecule în câmpul electric $(\overline{E})^2$ al unei grupe de n molecule este (21):

$$\tau = -\frac{\alpha}{2}(\overline{E^2})$$

$$(\overline{E^2}) = \frac{12\Pi}{5}\frac{n\tau^2}{d^5}$$

Cu ajutorul acestor două relaţiuni, determinăm energia potenţială a unei molecule în interiorul masei de gaz:

$$-\frac{\alpha}{2}(\overline{E^2}) = -\frac{6\Pi}{5}\frac{n\alpha\tau^2}{d^5} \qquad (30)$$

valoare valabilă numai în cazul unui câmp electric determinat de o grupă de n molecule, iar molecula deplasată în interiorul acestei grupe fiind numai polarizată fără a exercita şi ea o acţiune reciprocă de polarizare asupra mediului înconjurător.

In realitate molecula deplasată creiază şi ea un câmp electric exercitând astfel o acţiune de polarizare asupra grupului de n molecule. Aceasta este cauza pentru care lucrul mecanic necesar pentru a deplasa o moleculă într'un grup de n molecule — datorită acţiunei reciproce a câmpurilor moleculelor — este de două ori mai mare decât valoarea dată de expresiunea (30).

Dacă câmpul de N molecule conţinute în volumul V exercită o atracţiune asupra unei grupe de dN molecule energia potenţială a sistemului va fi:

$$-\frac{12\Pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{d^5}\frac{N\,dN}{V} \qquad (31)$$

Printr'o simplă integraţiune a relaţiunei (31) obţinem energia potenţială a unui grup de N molecule conţinute în volumul V:

$$\tau = -\frac{6\Pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{d^5}\frac{N^2}{V} \qquad (32)$$

Energia totală U a unui gaz este suma energiei potenţiale τ şi a energiei cinetice K a gazului:

$$U = \tau + K. \qquad (33)$$

Notând cu T temperatura absolută a gazului, cu p presiunea, putem scrie relaţiunea termodinamică care stabileşte legătura între energia totală U şi volumul gazului, cu condiţiunea ca energia cinetrică K să fie egală cu zero.

$$\frac{dU}{dV} = T^2 \frac{d}{dT}\left(\frac{p}{T}\right) \text{ pentru } K = 0 \qquad (34)$$

Ecuaţia lui W. der Waals pentru un volum V de gaz este:

$$\left(p + \frac{A}{V^2}\right)(V-B) = G.\frac{R}{M} T. \qquad (35)$$

G reprezintă masa gazului, M greutatea moleculară şi R constanta universală *8,31.10*^{7} erg.

A diferă de *a* numai cantitativ prin faptul că relaţiunea (2) este scrisă numai pentru un mol de gaz iar relaţiunea (35) este valabilă pentru un volum V oarecare.

Cu ajutorul relaţiunei (35) determinăm presiunea p a gazului pentru o temperatură şi un volum dat, pe care înlocuind-o în relaţiunea (34) obţinem:

$$\frac{dU}{dV} = \frac{A}{V^2}$$

$$U = \int \frac{A}{V^2} dV = -\frac{A}{V} \qquad (36)$$

Am găsit că:

$$U = \tau + K$$

$$\tau = -\frac{6}{5}\frac{\Pi a \tau^2}{d^5} \cdot \frac{N^2}{V^2}$$

$$\tau = U = -\frac{A}{V} \text{ pentru } K = 0$$

Eliminând τ între ultimele două relaţiuni găsim o valoare pentru constanta de atracţiune A — corespunzătoare unui volum V cu N molecule de gaz — egală cu:

$$A = \frac{6}{5}\frac{\Pi a \tau^2}{d^5} \cdot N^2 \qquad (37)$$

Constanta *a* corespunzătoare unui mol de gaz, se determină înlocuind în (37) numărul de molecule N cu numărul de molecule L corespunzător unui mol de gaz (constanta lui Lodschmidt L = *6,06.10*^{23}).

$$a = \frac{6\Pi}{5} \frac{\alpha \tau^2}{d^5} L^2 \qquad (58)$$

Drumul cel mai simplu, pentru a verifica dacă metoda și ipotezele întrebuințate mai sus, pentru a determina constanta de atracțiune a sunt juste, este de a înlocui în formula (38) toate valorile cunoscute și de a vedea, dacă într'adevăr obținem pentru τ valori de ordinul 5.10^{-26}.

Pentru aceasta vom înlocui în (38):

1. *Constanta* α *de polarizare* pe care o cunoaștem atunci când refracțiunea moleculară P a gazului este dată (7).

2. *Diametrul molecular* d se poate determina, atunci când presiunea și temperatura critică p_k și T_k a gazului sunt cunoscute. Intr'adevăr, constanta b a ecuațiunei lui W. der Waals este determinată prin volumul molecular v Pentru un mol de gaz cu L molecule putem scrie:

$$b = 4v = 4L \frac{4\Pi}{3} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{2\Pi}{3} Ld^3 \qquad (39)$$

$$\frac{RT_k}{p_k} = 8b \qquad (40)$$

Relațiunile (39) și (40) ne permit a determina diametrul molecular d.

3. *Constanta* a *de coheziune* o determinăm cu ajutorul punctelor critice ale izotermelor lui W. der Waals. Aceste puncte critice reprezintă maximum și minimum acestor izoterme, pe cari le obținem egalând cu zero derivatele prime și secunde ale presiunei p din ecuația lui W. der Waals.

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \qquad (41)$$

$$\frac{dp}{dv} = 0 \quad \frac{d^2p}{dv^2} = 0$$

$$\frac{dp}{dv} = -\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} = 0 \qquad (42)$$

$$\frac{d^2p}{dv^2} = \frac{2RT}{(v-b)^3} - \frac{6a}{v^4} = 0 \qquad (43)$$

Notând cu v_k T_k, p_k volumul, temperatura și presiunea critică a gazului obținem cu relațiunile (42) și (43):

$$\frac{R\,T_k}{(v_k - b)^2} = \frac{2a}{v_k^3} \qquad (44)$$

$$\frac{R\,T_k}{(v_k - b)^3} = \frac{3a}{v_k^4} \qquad 45)$$

Divizând expresiunile (44) și (45) obținem:

$$v_k = 3\,b \qquad (46)$$

Inlocuind (46) în (44) sau (45) obținem:

$$R T_k = \frac{8}{27} \cdot \frac{a}{b} \qquad (47)$$

Inlocuind (46) și (47) în ecuația lui W. der Waales (41) obținem:

$$p_k = \frac{1}{27} \cdot \frac{a}{b^2}$$

In rezumat putem deci scrie:

$$v_k = 3b\ ;\ R T_k = \frac{8}{27} \cdot \frac{a}{b}\ ;\ p_k = \frac{1}{27} \cdot \frac{a}{b^2}\ .$$

Punctele critice ale gazului fiind cunoscute putem ușor determina cu ajutorul ultimelor relațiuni constantele a și b.

Inlocuind în (38) valorile constantelor α, d, a, L, *putem constitui următorul tablou pentru gazele* He, A, K, X, H_2, *de unde reiese clar că valorile* τ *sunt de ordinul* 5.10^{-26}.

	T_k	P_k	a	b	d	p	τ
	temp.	atm.	dine $cm.^4$	$cm.^3$	cm.	$cm.^3$	$gr.^{1/2}\ cm.^{1/2}\ sec.^{-1}$
He	5	2,75	$0{,}026.10^{12}$	18,6	$2{,}44.10^{-8}$	0,52	$2{,}84.10^{-26}$
A	151	48	1, 37 »	32,2	2,93 »	4,17	11,2 »
K	210	54,3	2, 34 »	39,6	3,14 »	6,25	14,5 »
X	288	57,2	4, 17 »	51,6	3,42 »	10,2	18,9 »
H_2	32	19,4	0, 15 »	16,9	2,36 »	2,03	3,2 »

Concluzie.

1. *Forțele de coeziune dintre molecule sunt de natură electrică.*

Am plecat dela această ipoteză, determinând energia potențială între molecule și constanta a de atracțiune, și

am confirmat această ipoteză, prin faptul că valoarea medie a momentelor electrice de inerţie a fost determinată, ca o valoare de ordinul 5.10^{-26}.

Plecând dela ecuaţia lui W. der Waals valorile găsite pentru τ nu sunt *quantitativ* exacte, deoarece această ecuaţie nu exprimă dependenţa constantelor a şi b de temperatura absolută a gazelor. Numai atunci putem determina valorile exacte ale momentelor medii electrice de inerţie τ, plecând dela ecuaţia modificată a lui W. der Waals de către Kammerling-Onnes:

$$\frac{pv}{RT} = 1 + \frac{V_1(T)}{v} + \frac{V_2(T)}{v} + \ldots\ldots$$

$$V_1(T) = b - \frac{a}{RT}$$

V_1 *(T)*, V_2 *(T)* reprezentând *coeficienţi viriali* funcţiuni de temperatura gazului.

Urmând acest drum vom găsi valorile exacte ale momentelor medii electrice de inerţie τ, însă pentru confirmarea ipotezei asupra naturei electrice a forţelor de coeziune este suficient că am arătat că valorile acestor momenţe sunt de ordinul 5.10^{-26}. gr.$^{1/2}$ cm.$^{1/2}$ sec.$^{-1}$.

2. Inmulţind ambii termeni ai relaţiunei (27).

$$\overline{F}^2 = \frac{3\tau^2}{r^8}$$

cu $-\alpha$ obţinem energia potenţială între două molecule:

$$-\alpha\overline{F}^2 = -\frac{3\alpha\tau^2}{r^8} = U$$

Derivând această expresiune în raport cu distanţa r dintre molecule obţinem *forţa de atracţiune* dintre două molecule:

$$-\frac{dU}{dr} = K = \frac{24\alpha\tau^2}{r^9}.$$

Forţele de atracţiune dintre moleculele unui gaz sunt invers proporţionale cu puterea a noua a distanţei.